

1. Che cos'è una identità



Prendi in esame la seguente uguaglianza letterale:

$$(3a - a) = (a + a)$$

In essa,

tutto ciò che è a sinistra dell'«=» si chiama **I membro**; ❶

tutto ciò che è a destra dell'«=» si chiama **II membro**.

Risolvendo il I membro otterrai $2a$.

Risolvendo il II membro otterrai ancora $2a$.

Come vedi, il risultato è lo stesso.

Nel linguaggio matematico si dice che:

$$(3a - a) = (a + a) \text{ è una identità}$$

In una *identità*, qualsiasi valore numerico venga sostituito alle lettere mantiene l'uguaglianza tra il I e il II membro ❷.

$$\begin{array}{lcl} \text{❶} & & \\ \text{I membro} & = & \text{II membro} \\ (3a - a) & = & (a + a) \\ \downarrow & & \downarrow \\ 2a & = & 2a \end{array} \rightarrow \text{Identità}$$

❷ Nell'identità ...

$$(3a - a) = (a + a)$$

a) Se $a = 0$

$$\begin{array}{lcl} \text{I membro} & = & 3a - a = \\ & = & 3 \cdot 0 - 0 = 0 \\ \text{II membro} & = & a + a \\ & = & 0 + 0 = 0 \end{array}$$

b) Se $a = (-1)$

$$\begin{array}{lcl} \text{I membro} & = & 3a - a \\ & = & 3 \cdot (-1) - (-1) = \\ & = & -3 + 1 = -2 \\ \text{II membro} & = & a + a \\ & = & (-1) + (-1) = -2 \end{array}$$

Se infatti, in $(3a - a) = (a + a)$ sostituisce al posto della «a» il numero 0 (zero) o il numero (-1) o qualsiasi altro numero, ottieni che:

$$\text{I membro} = \text{II membro} \quad \text{❷}$$

Da qui la seguente:

Definizione Si dice *identità* una uguaglianza tra due espressioni letterali (oppure una letterale e una numerica) che è verificata per qualunque valore dato alle lettere che vi sono in essa.

esempio

Altri esempi di identità sono:

- 1) $(a - 2)^2 = a^2 - 8a + 4 + 4a$
- 2) $(b - a)(b + a) = b^2 - a^2$
- 3) $x - x = 0$
- 4) $0x = 0$

...provo subito

1. Completa con i termini appropriati.

- a Se in una uguaglianza tra due espressioni letterali (oppure una letterale e una numerica) il I membro è sempre uguale al II membro, allora si ha una _____.
- b Si dice identità una _____.

2. Dopo avere eseguito le operazioni, eventualmente presenti nei due membri, riconosci le identità.

	Risolvo le eventuali operazioni		I membro = II membro?		È una identità?	
	I membro	II membro	SI	NO	SI	NO
$8x + 2 = 6x + 2x + 2$						
$3x = 24$						
$5y + 5 = 5 \cdot (y + 1)$						

3. Verifica che

$$3 \cdot (x + 2) = 3x + 6$$

è una *identità*, cioè un'uguaglianza sempre verificata poiché qualsiasi valore attribuito alla x rende il primo membro uguale al secondo membro.

Scrivi il I membro: _____.

Scrivi il II membro: _____.

- Poni $x = 0$ e sostituiscilo:

I membro:

$$3 \cdot (x + 2) =$$

↓

$$3 \cdot (\quad + 2) = \quad = \quad$$

II membro: $3x + 6$

$$3 \cdot x + 6 =$$

↓

$$3 \cdot (\quad) + 6 = \quad = \quad$$

Hai ottenuto lo stesso risultato in entrambi i membri?

SI NO

Se la risposta è affermativa, allora puoi dire che l'uguaglianza è vera per $x = 0$.

- Poni $x = +1$ e sostituiscilo:

I membro:

$$3 \cdot (x + 2) =$$

↓

$$3 \cdot (\quad + 2) = \quad = \quad$$

II membro:

$$3 \cdot x + 6 =$$

↓

$$3 \cdot (\quad) + 6 = \quad = \quad$$

Hai ottenuto lo stesso risultato in entrambi i membri?

SI NO

Se la risposta è affermativa, allora puoi dire che l'uguaglianza è vera per $x = +1$.

- Poni $x = -1$ e sostituiscilo:

I membro:

$$3 \cdot (x + 2) =$$

↓

$$3 \cdot (\quad + 2) = \quad = \quad$$

II membro:

$$3 \cdot x + 6 =$$

↓

$$3 \cdot (\quad) + 6 = \quad = \quad$$

Hai ottenuto lo stesso risultato in entrambi i membri?

SI NO

Se la risposta è affermativa, allora puoi dire che l'uguaglianza è vera per $x = -1$.

2. Che cos'è una equazione



Prendi in esame la seguente situazione:



Nel linguaggio matematico, la situazione descritta sopra può essere trasformata nella uguaglianza:

$$x + 200 = 250 + 250$$

Come vedi vi è un solo valore di x che mantiene l'equilibrio. Questo valore è **300**.

Per questo motivo: $x + 200 = 250 + 250$ prende il nome di **equazione**

x prende il nome di **incognita**

300 prende il nome di **soluzione** o **radice** dell'equazione.

Definizione Un'**equazione** è un'uguaglianza tra due espressioni letterali (o una letterale e una numerica) che diventa vera solo per particolari valori, sostituiti alla lettera o alle lettere chiamate incognite.

esempio

Anche $5x - 2 = 3$ è una **equazione**, poiché vi è un solo valore che sostituito alla x rende vera l'uguaglianza, rende cioè I membro = II membro. Questo valore è $(+1)$. Infatti:

Quando $x = +1$...

$$\begin{aligned} \text{I membro} &= 5x - 2 = \\ &= 5 \cdot (+1) - 2 = 3 \end{aligned}$$

$$\text{II membro} = 3$$

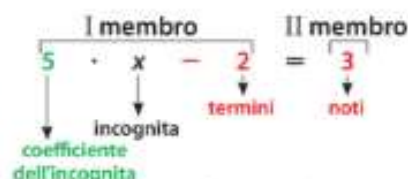
Invece quando $x = 0$...

$$\begin{aligned} \text{I membro} &= 5x - 2 = \\ &= 5 \cdot 0 - 2 = -2 \end{aligned}$$

$$\text{II membro} = 3$$

In una equazione ...

- Tutto ciò che è a sinistra dell'uguale si chiama **I membro**, tutto ciò che è a destra si chiama **II membro**.
- La lettera che compare (la x) prende il nome di **incognita**. L'incognita viene indicata in genere con una delle ultime lettere dall'alfabeto (x, y, z).
- La parte numerica del monomio che contiene l'incognita prende il nome di **coefficiente** dell'incognita.
- Tutti gli altri termini che non contengono l'incognita si chiamano **termini noti**.
- Il valore che sostituito all'incognita rende il I membro = II membro (nel linguaggio matematico si dice che soddisfa, verifica l'equazione, cioè la rende una uguaglianza vera) prende il nome di **soluzione** o **radice** dell'equazione.



Nell'equazione $5x - 2 = 3$ la soluzione o radice è $+1$ e si scrive che: $x = +1$

RICORDA!

Identità = uguaglianza sempre vera.

equazione = uguaglianza vera solo per alcuni valori

L'argomento
prosegue
a pag 194

...provo subito

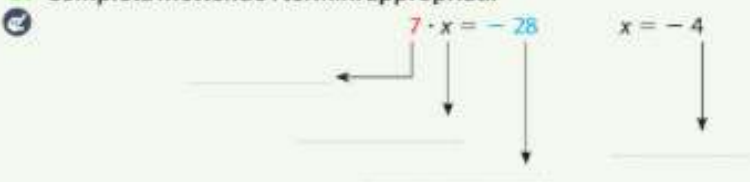
1. Completa le definizioni con i termini appropriati.

- a Se una uguaglianza tra due espressioni entrambe letterali oppure una letterale e una numerica diventa vera solo per particolari valori sostituiti alla lettera o alle lettere chiamate incognite, allora si ha una _____.
- b Si dice equazione una uguaglianza _____ verificata solo per particolari valori che, sostituiti alle lettere che vi compaiono, rendono il primo membro _____ al secondo.
- c In una equazione il valore che, sostituito all'incognita, rende l'uguaglianza vera, si dice _____ o _____ dell'equazione.
- d La soluzione o radice di una equazione è quel particolare _____ che, sostituito all' _____, rende il I membro _____ al II _____.
- e La lettera x che compare in una equazione si chiama _____.
- f Il fattore che moltiplica l'incognita si chiama _____ dell'incognita.
- g In una equazione i termini che non contengono l'incognita sono i _____.

2. Completa la tabella.

L'uguaglianza...	è verificata (I membro = II membro) per...	Identità o Equazione?
$2x + 8 = -2$	$x = -5$	Equazione
$y^2 = 121$	$y = -11$ $y = +11$	_____
$(4 - x)^2 = 16 - 8x + x^2$	Qualsiasi valore numerico attribuito alla lettera x	_____
$y - 3 = 4$	$y = 7$	_____

3. Completa mettendo i termini appropriati.



4. Completa la tabella.

equazione	I membro	II membro	Incognita	termini noti
$x + 7 = -7$				
$y + 5 = +8$				
$2y = 0$				
$z^2 = 64$				

5. Considera l'uguaglianza $+3 - 2x = 5 - 3x$. Essa è verificata solo da $x = 2$. Rispondi alle seguenti domande.

- a Che nome prende $x = 2$?
- b Come viene chiamata questa uguaglianza?

CLASSIFICAZIONE DELLE EQUAZIONI

Vi sono vari tipi di equazioni.

Si dice equazione **intera** quella in cui l'incognita o le incognite non compaiono al denominatore di una frazione.

esempio

$$x + \frac{1}{4} = 2x - 5 \quad \Rightarrow \quad \text{è un'equazione intera perché l'incognita } x \text{ non compare al denominatore}$$

Si dice equazione **frazionaria o fratta** quella in cui l'incognita o le incognite compaiono al denominatore di una frazione.

esempio

$$\frac{1}{x+2} = \frac{2}{x} + 2 \quad \Rightarrow \quad \text{è un'equazione frazionaria o fratta perché l'incognita } x \text{ compare al denominatore.}$$

Si dice **equazione numerica** quella in cui non compaiono altre lettere oltre alle incognite. In relazione al numero delle incognite presenti, un'equazione si dirà equazione a una, a due o più incognite.

esempio

$$\begin{aligned} 3x + \frac{2}{3} &= 3 & \Rightarrow & \text{è un'equazione numerica a una incognita (x)} \\ x + y &= 8 & \Rightarrow & \text{è un'equazione numerica a due incognite (x e y).} \end{aligned}$$

Si dice **equazione letterale** quella in cui, oltre alle incognite, compaiono altre lettere che rappresentano valori numerici costanti.

esempio

$$2ax + b = bx + a \quad \Rightarrow \quad \text{è un'equazione letterale poiché oltre all'incognita } x \text{ vi sono le lettere } a \text{ e } b \text{ che rappresentano valori numerici costanti.}$$

In questo corso di studi ti occuperai delle **equazioni intere numeriche ad una incognita**.

Queste possono essere ulteriormente classificate in relazione al **grado**, cioè in relazione all'esponente massimo che l'incognita ha nell'equazione.

Equazioni di primo grado (o lineari) se l'incognita ha come massimo esponente uno.

esempio

$$x + 5 = 8 \quad \Rightarrow \quad \text{è un'equazione di 1° grado perché la } x \text{ ha come massimo esponente 1}$$

Equazioni di secondo grado se l'incognita ha come massimo esponente due.

esempio

$$x^2 + 3x = -2 \quad \Rightarrow \quad \text{è un'equazione di 2° grado perché la } x \text{ ha come massimo esponente 2}$$

...provo subito

6. Completa con i termini appropriati.

- a Se in una equazione _____ compare o compaiono al denominatore di una frazione allora l'equazione è _____.
- b Se l'incognita o le incognite non compare o compaiono al _____ di una frazione allora l'equazione è _____.
- c Se in una equazione intera a una sola incognita il polinomio contenente la x è di primo grado allora l'equazione è _____, se invece il polinomio che contiene la x è di secondo grado allora l'equazione è _____.
- d Le equazioni in cui, oltre ai numeri, compare una sola incognita si dicono equazioni _____; quelle in cui, oltre ai numeri e all'incognita, compaiono altre lettere che rappresentano valori fissi o costanti si dicono equazioni _____.

7. Tra le seguenti equazioni riconosci quelle frazionarie o fratte e quelle intere.

$2x + 3 = 4$ equazione _____; $\frac{2}{x} + \frac{3}{2} = 4$ equazione _____;

$\frac{5}{2}x = x + 3$ equazione _____; $\frac{5x}{3} = \frac{x+3}{x+1}$ equazione _____.

8. Distingui le equazioni letterali da quelle numeriche.

$2x + b = \frac{3}{4}$ equazione intera di 1° grado _____;

$\frac{3}{2}x + 7 = 9$ equazione intera di 1° grado _____.

9. Riconosci, tra le seguenti equazioni, quelle di 1° o di 2° grado.

$x + 4 = 7$ equazione di _____ grado;

$x^2 + 4 = 21$ equazione di _____ grado;

$x + x^2 = -5$ equazione di _____ grado;

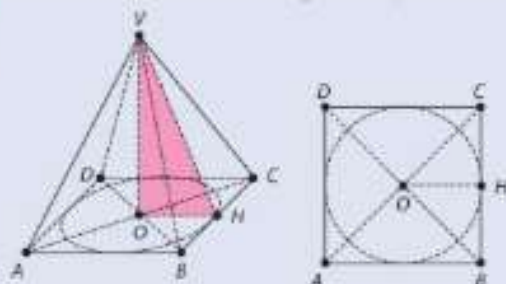
10. Completa la seguente tabella.

	equazione intera di grado	numerica	Letterale
$x^2 - 2x = 4$	2°	x	
$x^2 - 2a = 6a$			
$ax = b$			
$\frac{1}{2} - x = \frac{1}{8}$			
$4x^2 - 6 = 30$			
$ax^2 = a$			
$x = a^6$			
$6x - x - 3 = 2x + 6$			

di allenamento

ESERCIZIO GUIDA

74. Calcola il volume della seguente piramide.



Dati	Incognita
$AB = BC = CD = DA = 40 \text{ cm}$	V
$VH = 52 \text{ cm}$	

Qual è l'incognita del problema?

Scrivi la formula per calcolare V : $V =$ _____

- Sai quant'è A_b ? ☐ SI ☐ NO
- La puoi calcolare? ☐ SI ☐ NO

$A_b =$ _____

- Sai quant'è l'altezza della piramide? ☐ SI ☐ NO
- La puoi calcolare? ☐ SI ☐ NO

Calcola la misura dell'apotema di base OH :

$OH =$ _____

Applica il teorema di Pitagora al triangolo VOH e trova l'altezza VO della piramide:

$VO =$ _____

Ora puoi calcolare V : $V =$ _____

75.



Calcola il volume e l'area della superficie totale di una piramide quadrangolare regolare che ha l'apotema e lo spigolo di base lunghi rispettivamente 74 cm e 48 cm.

[53 760 cm³; 9 408 cm²]