

GRADO COMPLESSIVO DI UN POLINOMIO O GRADO DI UN POLINOMIO E GRADO RELATIVO AD UNA LETTERA

Osserva la tabella qui a fianco. ①

Definizione Si chiama **grado complessivo del polinomio** o semplicemente **grado del polinomio** il più grande tra i gradi complessivi dei monomi che costituiscono il polinomio.

① Polinomio	$5x^4y^2 - 3xy$
Grado del monomio $5x^4y^2$	$4 + 2 = 6$
Grado del monomio $-3xy$	$1 + 1 = 2$
Grado complessivo del polinomio	6

Osserva ora l'altra tabella a fianco. ②

Definizione Si chiama **grado relativo** ad una lettera l'esponente più alto con cui quella lettera compare nel polinomio.

② Polinomio	$5x^4y^2 - 3xy$
Grado rispetto ad x	4
Grado rispetto ad y	2

POLINOMIO OMOGENEO

Osserva la tabella a fianco. ③

Il polinomio $4a^2b^3 - a^5$ ha tutti i monomi con lo stesso grado (5).

Il polinomio $4a^2b^3 - a^5$ è un **polinomio omogeneo**.

Definizione Si dice **polinomio omogeneo** un polinomio in cui tutti i monomi hanno lo stesso grado.

③ Polinomio	$4a^2b^3 - a^5$
Grado del monomio $4a^2b^3$	5
Grado del monomio $-a^5$	5

POLINOMIO ORDINATO

Definizione Si dice **polinomio ordinato** rispetto ad una lettera quello in cui i monomi sono ordinati rispetto agli esponenti decrescenti (o crescenti) di quella lettera.

esempio

$2x^4 - 3x^2 + 8x$ è un polinomio **ordinato** secondo le potenze **decrescenti** della x .
 $+8x - 3x^2 + 2x^4$ è un polinomio **ordinato** secondo le potenze **crescenti** della x .
 $+8x + 2x^4 - 3x^2$ **non** è un polinomio **ordinato**.

POLINOMIO COMPLETO RISPETTO AD UNA LETTERA

Definizione Un polinomio si dice **completo** rispetto a una lettera quando contiene tutte le potenze di quella lettera, dal grado più alto presente al grado zero.

esempio

$4x^3 - 2x^2 + x - 1$ è un polinomio **completo rispetto alla lettera** x perché contiene tutte le potenze di x dal grado 3 (il più alto) al grado 0 (zero).
 $\downarrow$
 $-1 \cdot x^0$
 $4x^3 - 2x^2 + x$ **non** è un polinomio **completo** perché manca il termine x^0 .

procedura risolutiva

7. Completa la tabella.

Polinomio	Monomi costituenti	Grado dei monomi	Grado del polinomio
$3x^2 + 5x - 2$	$3x^2$	2	2
	$+ 5x$	1	
	$- 2$	0	
$4a^3 - 6a + 8$			
$-7x^4y + x^2y^3 + 3y^2 + 5$			

IL GRADO
DEL POLINOMIO
VIENE DETERMINATO
DAL MONOMIO CHE
HA IL GRADO
PIÙ ALTO.

8. Nel polinomio $5ax^5 + 3a^2x^4 - 2a^3x + 7$:

- a qual è l'esponente più alto della lettera x ? _____.

Questo esponente ti dà il grado relativo alla lettera x del polinomio. Il grado relativo alla lettera x è _____.

Nel linguaggio matematico si dice che il polinomio è di V grado rispetto alla x .

- b Qual è l'esponente più alto della lettera a ? _____.

Questo esponente ti dà il grado relativo alla lettera a del polinomio.

Il grado relativo alla lettera a è _____.

Nel linguaggio matematico si dice che il polinomio è di _____ grado rispetto alla a .

9. Qual è la risposta esatta?

- a Nel polinomio $4x^2 + 7xy - y^2$, tutti i monomi hanno lo stesso grado?

☒ SI Il polinomio è omogeneo ☐ NO il polinomio non è omogeneo

- b Nel polinomio $-xy^2 + x^3 - 4x^2y + 2$, tutti i monomi hanno lo stesso grado?

☐ SI Il polinomio è omogeneo ☒ NO il polinomio non è omogeneo

10. Polinomio

$$\begin{array}{ccccccc} 8x^5 & + & 2x^4 & - & 3x^3 & + & 6x \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{V} & & \text{IV} & & \text{III} & & \text{I} \end{array}$$

Grado relativo alla lettera x

Il polinomio è ordinato secondo le potenze della x ?

☐ SI ☐ NO

È ordinato secondo le potenze crescenti o decrescenti della x ? _____.

11. Ordina il polinomio $4x - 5x^4 + 3 - 6x^2$ secondo le potenze decrescenti della x _____.12. Nel polinomio $5a^4 + 2a^3 - a^2 - 3a + b$

- a Qual è il grado più alto della lettera a ? _____.

- b Nel polinomio, la lettera a compare con tutti gli esponenti da 4 a 0 (dal più alto a zero)? _____.

- c Il polinomio:

☐ a è completo

☐ b non è completo

8. L'addizione algebrica di polinomi



Osserva le seguenti addizioni algebriche di polinomi:

1° caso

$$\begin{aligned}
 & (+2x^2 + 5x) + (+3x - 4x^2) = \\
 & \quad \text{TRASFORMA IL } + \text{ DAVANTI ALLA PARENTESI IN } +1 \\
 & = (2x^2 + 5x) + 1 \cdot (+3x - 4x^2) = \\
 & \quad \text{APPLICA LA PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA E TOGLI LE PARENTESI} \\
 & = 2x^2 + 5x + 3x - 4x^2 = \\
 & \quad \text{ADDIZIONA I MONOMI SIMILI} \\
 & = +2x^2 - 4x^2 + 5x + 3x \\
 & = -2x^2 + 8x
 \end{aligned}$$

2° caso

$$\begin{aligned}
 & (x^2 - 3) - (+x^2 + 2x - 1) = \\
 & \quad \text{TRASFORMA IL } - \text{ DAVANTI ALLA PARENTESI IN } -1 \\
 & = (x^2 - 3) - 1 \cdot (+x^2 + 2x - 1) = \\
 & \quad \text{APPLICA LA PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA E TOGLI LE PARENTESI} \\
 & = x^2 - 3 - x^2 - 2x + 1 = \\
 & \quad \text{ADDIZIONA I MONOMI SIMILI} \\
 & = -3 + 1 - 2x = \\
 & = -2x - 2
 \end{aligned}$$

Regola Per addizionare algebricamente due polinomi si trasforma il $(+)$ e il $(-)$ che sono davanti alla parentesi in $(+1)$ e (-1) ; si applica la proprietà distributiva, poi si addizionano i termini simili.

esempio

$$\begin{aligned}
 1. \quad & (+2y - 5x) + (-1 + 2x - y) = \\
 & = (+2y - 5x) + 1 \cdot (-1 + 2x - y) = \\
 & \quad \text{APPLICA LA PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA E TOGLI LE PARENTESI} \\
 & = +2y - 5x - 1 + 2x - y = \\
 & = +2y - y - 5x + 2x - 1 = \\
 & = +y - 3x - 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & (-6x + 3a + 2) - (5a - 6x) = \\
 & = (-6x + 3a + 2) - 1 \cdot (+5a - 6x) = \\
 & \quad \text{APPLICA LA PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA E TOGLI LE PARENTESI} \\
 & = -6x + 3a + 2 - 5a + 6x = \\
 & = +3a - 5a + 2 = \\
 & = -2a + 2
 \end{aligned}$$

procedura risolutiva

1. Esegui le seguenti addizioni algebriche, seguendo i suggerimenti.



a $(-3x + 2y) + (-5x - 2y) =$

Trasforma il $+$ in $+1 \cdot$:

$$= (-3x + 2y) + 1 \cdot (-5x - 2y) =$$

Applica la proprietà distributiva e toglì le parentesi:

$$= -3x + 2y - 5x - 2y =$$

Addiziona i monomi simili:

$$=$$

b $(-5y + 8x) - (-4x + 2y) =$

Trasforma il $-$ in $-1 \cdot$:

$$= (-5y + 8x) - 1 \cdot (-4x + 2y) =$$

Applica la proprietà distributiva e toglì le parentesi:

$$= -5y + 8x + 4x - 2y =$$

Addiziona i monomi simili:

$$=$$

2. Applica la proprietà distributiva e toglì le parentesi.

a $+(+2x - 4y - 3a) =$

d $-(-2y + 6a - 2b) =$

b $+(-3x - 5y - 8a - 1) =$

e $+\left(-\frac{1}{3}x + 4y\right) =$

c $- (+7b - 8x - 5y + 3) =$

f $-\left(-\frac{2}{7}ay + 5x - 2a + 3b\right) =$

3. Esegui le seguenti addizioni algebriche.

a $(+2a - 8b + c) + (+b + 2a + c) =$

$$=$$

$$=$$

b $(-2x - 3y + 1) - (+5x - 3y - 1) =$

$$=$$

$$=$$

4. Esegui sul quaderno.

a $(4a^2 - 4a + 2) + (6a^2 - 8a + 12) =$

$$[10a^2 - 12a + 14]$$

b $(6x^2 - 8y^2) - (6y^2 + 16x^2) =$

$$[-10x^2 - 14y^2]$$

c $\left(+2x^3 - \frac{1}{2}a^3\right) + \left(-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}a^3\right) =$

$$\left[\frac{5}{3}x^3 - \frac{1}{4}a^3\right]$$

d $\left(2x - \frac{2}{3}y\right) - \left(x + \frac{2}{5}y\right) =$

$$\left[x - \frac{16}{15}y\right]$$

e $(2a - 5b + 1) - (3b - 2a) + (-1 - 2b) =$

$$[+4a - 10b]$$

f $\left(\frac{1}{2}x - 3\right) + (5 + x) - \left(x - 4 - \frac{2}{3}x\right) =$

$$\left[\frac{7}{6}x + 6\right]$$

9. La moltiplicazione di polinomi



MOLTIPLICAZIONE DI UN MONOMIO PER UN POLINOMIO

Regola Per moltiplicare un monomio per un polinomio si applica la proprietà distributiva: si moltiplica il monomio per ciascun termine del polinomio.

$$\blacksquare \cdot (\bigcirc + \triangle) = \blacksquare \cdot \bigcirc + \blacksquare \cdot \triangle$$

esempio

Monomio Polinomio

$$\begin{aligned} & -3x^2y^2 \cdot \left(+8x - 4xy - \frac{1}{3} \right) = \\ & = -3x^2y^2 \cdot (+8x) - 3x^2y^2 \cdot (-4xy) - 3x^2y^2 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) = \\ & = -24x^3y^2 + 12x^3y^3 + x^2y^2 \end{aligned}$$

APPLICA LA PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA: MOLTIPLICA IL MONOMIO PER CIASCUN TERMINE DEL POLINOMIO. POI ADDIZIONA I MONOMI SIMILI.

ATTENZIONE

Quando hai:
polinomio $\cdot$ monomio, moltiplica ciascun termine del polinomio per il monomio.

Esempio:

$$\begin{aligned} (2x + a) \cdot (-2x^2) &= \\ &= 2x \cdot (-2x^2) + a \cdot (-2x^2) = \\ &= -4x^3 - 2ax^2 \end{aligned}$$

MOLTIPLICAZIONE DI DUE POLINOMI

Regola Per moltiplicare un polinomio per un polinomio si applica la proprietà distributiva: si moltiplica ciascun termine del primo polinomio per ciascun termine del secondo polinomio.

$$(\blacksquare + \blacksquare) \cdot (\bigcirc - \triangle) = \blacksquare \cdot \bigcirc - \blacksquare \cdot \triangle + \blacksquare \cdot \bigcirc - \blacksquare \cdot \triangle$$

esempio

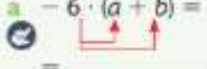
1° Polinomio 2° Polinomio

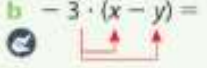
$$(a - 3b) \cdot (a - b) =$$

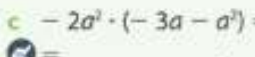
$$\begin{aligned} & = (a - 3b) \cdot (a - b) = \\ & = +a \cdot (+a) + a \cdot (-b) - 3b \cdot (+a) - 3b \cdot (-b) = \\ & = +a^2 - ab - 3ab + 3b^2 = \\ & = +a^2 - 4ab + 3b^2 \end{aligned}$$

APPLICA LA PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA: MOLTIPLICA OGNI TERMINE DEL PRIMO POLINOMIO PER OGNI TERMINE DEL 2° POLINOMIO. POI ADDIZIONA I MONOMI SIMILI.

1. Esegui le moltiplicazioni indicate.

a $-6 \cdot (a + b) =$

 = _____

b $-3 \cdot (x - y) =$

 = _____

c $-2a^2 \cdot (-3a - a^2) =$

 = _____

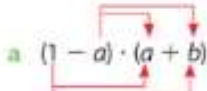
d $+\frac{3}{4}a^2b \cdot \left(-2b + \frac{2}{3}a\right) =$
 = _____

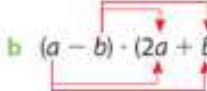
e $-\frac{7}{5}xy^2 \cdot \left(\frac{2}{7}y - \frac{5}{21}xy\right) =$
 = _____

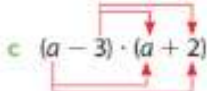
f $\left(\frac{9}{5}b - \frac{18}{10}a\right) \cdot \left(+\frac{20}{3}a^4\right) =$ _____

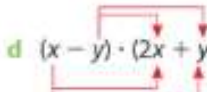
procedura risolutiva

2. Esegui le moltiplicazioni indicate.

a $(1 - a) \cdot (a + b) =$

 = _____ $[a + b - a^2 - ab]$

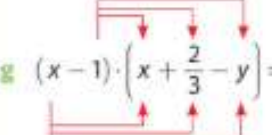
b $(a - b) \cdot (2a + b) =$

 = _____ $[+2a^2 - ab - b^2]$

c $(a - 3) \cdot (a + 2) =$

 = _____ $[a^2 - a - 6]$

d $(x - y) \cdot (2x + y) =$

 = _____ $[+2x^2 - xy - y^2]$

e $(3a - b) \cdot (2 - a) =$
 = _____ $[+6a - 3a^2 - 2b + ab]$

f $\left(\frac{1}{2} - a\right) \cdot (2 - a) =$
 = _____ $\left[+a^2 - \frac{5}{2}a + 1\right]$

g $(x - 1) \cdot \left(x + \frac{2}{3} - y\right) =$

 = _____ $\left[x^2 - \frac{1}{3}x - xy - \frac{2}{3} + y\right]$

h $\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right) =$

 = _____ $\left[x^3 - \frac{1}{8}\right]$

3. Risolvi:

a $\left(-2x + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(-6x - \frac{4}{3}\right) =$ $\left[+12x^2 - \frac{11}{6}x - 1\right]$

b $(+3a - x^2) \cdot (a - x^2) \cdot (-2a) =$ _____ $[-6a^3 + 8a^2x^2 - 2ax^4]$

2. L'area laterale e l'area totale di una piramide retta



L'AREA LATERALE

Per calcolare l'**area laterale** di una piramide qualsiasi basta addizionare le aree dei triangoli che formano le facce laterali.

Per le **piramidi rette** vi è, però, un modo più semplice. Scopritelo seguendo il ragionamento sotto.

COME SI CALCOLA L'AREA LATERALE DI UNA PIRAMIDE RETTA?

CONSIDERA IL SUO SVILUPPO SUL PIANO.

LA SUPERFICIE LATERALE È FORMATA DA TRIANGOLI IN CUI.

PIRAMIDE RETTA

1 2 3 4

ALTEZZA = APOTEMA PIRAMIDE = a
DUNQUE

A_l = SOMMA AREE TRIANGOLI LATERALI

$$A_l = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 =$$

$$= \frac{\ell_1 \cdot a}{2} + \frac{\ell_2 \cdot a}{2} + \frac{\ell_3 \cdot a}{2} + \frac{\ell_4 \cdot a}{2} =$$

$$= \frac{\ell_1 \cdot a + \ell_2 \cdot a + \ell_3 \cdot a + \ell_4 \cdot a}{2} =$$

$$= \frac{a(\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4)}{2}$$

MA...
 $\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4 = 2p_b$
QUINDI...
 $A_l = \frac{2p_b \cdot a}{2}$

Regola L'area laterale di una piramide retta si ottiene:

- addizionando le aree dei triangoli che formano le facce laterali della piramide oppure
- moltiplicando la misura del perimetro di base per quella dell'apotema della piramide e dividendo il prodotto per due.

In formula:

$$A_l = \frac{2p_b \cdot a}{2}$$

esempio

1. Calcola l'area laterale di una piramide che ha quattro facce laterali le cui aree sono:

$$A_1 = 5 \text{ cm}^2, A_2 = 8 \text{ cm}^2, A_3 = 5 \text{ cm}^2 \text{ e } A_4 = 6 \text{ cm}^2$$

$$A_l = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 5 + 8 + 5 + 6 = 24 \text{ cm}^2$$

2. Una piramide retta ha il perimetro di base di 8 cm e l'apotema di 6 cm. Calcola A_l .

$$A_l = \frac{2p_b \cdot a_{pb}}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$$



L'argomento prosegue a pag. 194 >

ESEGUI GLI ESERCIZI SUL QUADERNO

1. Per trovare l'area laterale di una piramide retta devo conoscere:

- ☐ a $2p_{\text{base}}$ e h_{pir} ☐ b $2p_{\text{base}}$ e a_{pir} ☐ c A_b e a_{pir} ☐ d A di ogni faccia laterale

procedura risolutiva

2. Calcola la misura dell'area laterale delle piramidi rette.



Applica la formula

$2p_{\text{base}}$	18 cm	15 cm	20 cm
a_{pir}	4 cm	8 cm	7 cm
$A_l = \frac{2p \cdot a_{\text{pir}}}{2}$			
A_l	cm ²	cm ²	cm ²

3. Calcola l'area laterale di ciascuna piramide retta.



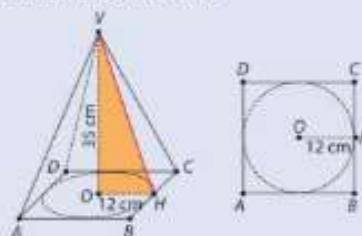
	$2p$	a_{pir}	A_l
Piramide 1	15 m	4 m	 m ²
Piramide 2	12 cm	3 cm	 cm ²

	$2p$	a_{pir}	A_l
Piramide 1	18 m	3,2 m	 m ²
Piramide 2	3 m	8 dm	 dm ²

L PROBLEMA GUIDATO

4. Una piramide retta avente l'altezza di 35 cm, ha per base un quadrato circoscritto a una circonferenza di raggio 12 cm. Calcola l'area laterale.

Dati	Incognita
$h_{\text{pir}} = VO = 35$ cm	A_l
$OH = 12$ cm	



a Cosa devi trovare?

b Poiché la piramide è retta, puoi usare la formula

- Per trovare A_l ti servono il perimetro di base e l'apotema della piramide.

$2p =$

- Hai l'apotema della piramide? ☐ SI ☐ NO

c La puoi trovare? ☐ SI ☐ NO

- Calcola a_{pir} :

$a_{\text{pir}} = VH =$

- Ora puoi calcolare A_l :

$A_l =$

[1 776 cm²]

5. Di una piramide retta a base triangolare sai che le tre facce laterali hanno l'area di 484,2 cm², 904,5 cm² e 1 025 cm².

Queste informazioni **sono sufficienti** per calcolare l'area laterale della piramide? Se è sì, calcola il suo valore. [2 413,7 cm²]